Numérique et Sciences Informatiques
Chapitre III - Récursivité - Diviser pour régner
Travaux Dirigés 06

Classe de terminale

I. Récursivité simple

La suite de Syracuse est définie comme suit : Soit $N \in \mathbb{N}^*$, on pose :

- $u_0 = N$
- $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} \text{ si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 \text{ si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$

1. Implémenter la fonction récursive `syracuse(n, N)` qui prend en paramètre un entier n et un entier N et qui renvoie le terme u_n de la suite de Syracuse de N.
2. Implémenter une fonction (non récursive) `affiche_syracuse(n, N)` qui prend en paramètre un entier n et un entier N et qui affiche les $n+1$ premiers termes de la suite de Syracuse de N.

II. Récursivité terminale

Les deux questions sont indépendantes.

1. Implémenter une fonction récursive terminale qui transforme un tableau en Liste.
2. Implémenter une fonction récursive terminale `est_present(caract, chaine)` qui prend en paramètres un caractère `caract` et une chaîne de caractères `chaine` et qui renvoie un booléen suivant si le caractère est présent dans dans la chaîne de caractères ou non.

III. Récursivité multiple

1. La suite de Fibonacci est définie ainsi :

$$\begin{cases} f_0 = 1 \\ f_1 = 1 \\ f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \end{cases}$$

   (a) Implémenter une fonction récursive multiple `fibonacci(n)` qui prend en paramètre un entier naturel n et qui renvoie le terme f_n de la suite de Fibonacci.

   (b) Implémenter une fonction (non récursive) `rapport_fibo(n)` qui prend en paramètre un entier naturel n et qui renvoie le rapport $\frac{f_{n+1}}{f_n}$. Tester cette fonction pour plusieurs valeurs de n.

   (c) Vers quelle valeur semble tendre le rapport $\frac{f_{n+1}}{f_n}$ lorsque n tend vers $+\infty$?

2. Le flocon de Von Koch

   (a) Cherchez ce qu'est le flocon de Von Koch.

   (b) Etablir un algorithme récursif qui permet de tracer le segment de Koch.

   (c) Implementer une fonction récursive multiple `von_koch(l,n)` qui dessine le segment de Von Koch de taille l à l'ordre n.
   On importera et étudiera la bibliothèque turtle.

   (d) Conjecturer la valeur vers laquelle tend la longueur du segment de von Koch lorsque n tend vers $= \infty$.