

Spécialité mathématiques  
Progression

Rémi Caneri

## Chapitre I - Les suites

### I. Raisonnement par récurrence

### II. Limites d'une suite

1. Généralités
  - a. limite infinie
  - b. limite finie
  - c. Suites sans limite
2. Opérations sur les limites
3. limites et comparaison

### III. Convergence d'une suite

### IV. Algorithmes

### V. Approfondissement

1. Suites adjacentes
2. Relation de récurrence d'ordre 2 à coefficients constants
3. Etude de la convergence de la méthode de Héron

## Chapitre II - Limites de fonctions

### I. Limite d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$

1. Limite infinie
2. Limite finie
3. Limites de fonctions de référence

### II. Limite d'une fonction en un nombre réel

1. Limite infinie
2. Limite finie
3. Limites de fonctions de référence

### III. Opérations sur les limites

1. Limite d'une somme
2. Limite d'un produit
3. Limite d'un quotient

### IV. Limites et comparaisons

### V. Approfondissement

## Chapitre III - Combinatoire et dénombrement

### I. Ensemble fini

### II. $p$ -uplet

### III. Arrangements et permutations

1. Factorielle d'un entier naturel
2. Arrangements d'éléments d'un ensemble
3. Permutations des éléments d'un ensemble
4. Combinaisons

### IV. Algorithmes

1. Génération de la liste des coefficients binomiaux
2. Génération des permutations d'un ensemble fini
3. Génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini

### V. Approfondissement

## Chapitre IV - Successions d'épreuves indépendantes

### I. Généralités

1. Vocabulaire
2. Rappels sur les variables aléatoires
3. Épreuves de Bernoulli

### II. Successions d'épreuves indépendantes

1. Généralités
2. Schéma de Bernoulli
3. Coefficients binomiaux
4. Loi binomiale
5. Méthode de détermination des valeurs de  $X$  pour atteindre un seuil lorsque  $X$  suit une loi binomiale

### III. Algorithmes

1. La planche de Galton
2. Problème de surréservation

### IV. Approfondissements

1. Loi géométrique
2. Loi de Poisson

## Chapitre V - Continuité des fonctions d'une variable

### I. Fonction continue

1. Généralités
2. Fonctions usuelles
3. Image d'une suite convergente par une fonction continue

### II. Théorème des valeurs intermédiaires

1. Généralités
2. Cas des fonctions strictement monotones

### III. Algorithmes

1. Méthode de dichotomie
2. Méthode de Newton
3. Méthode de la sécante

### IV. Approfondissement

1. Démonstration par dichotomie du théorème des valeurs intermédiaires
2. Fonctions continues de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  telles que  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  pour tous réels  $x$  et  $y$
3. Prolongement par continuité

## Chapitre VI - Manipulation de vecteurs, droites et plans dans l'espace

### I. Vecteurs de l'espace

### II. Droites de l'espace

1. Vecteurs colinéaires dans l'espace
2. Caractérisation d'une droite de l'espace

### III. Plan de l'espace

1. Caractérisation d'un plan de l'espace
2. Vecteurs coplanaires

### IV. Positions relatives

1. Position relative de deux droites de l'espace
2. Position relative d'une droite et d'un plan
3. Position relative de deux plans

### V. Base et repères de l'espace

1. Généralités
2. Représentation paramétrique d'une droite

### VI. Approfondissement

1. Barycentre d'une famille d'un système pondéré de points
2. Fonction vectorielle de Leibniz

## Chapitre VII - Complément sur la dérivation

### I. Composée de deux fonctions

### II. Convexité sur un intervalle

1. Généralité
2. Dérivée seconde
3. Point d'inflexion
4. Inégalités

### III. Approfondissement

1. Dérivée  $n$ -ième d'une fonction
2. Inégalité arithmético-géométrique
3. Inégalité de Jensen

## Chapitre VIII - Orthogonalité et distances dans l'espace

### I. Produit scalaire

1. Généralités sur le produit scalaire
2. Orthogonalité
  - a. Généralités
  - b. Orthogonalité de deux droites
  - c. Orthogonalité d'une droite et d'un plan
  - d. vecteur normal à un plan
  - e. Projeté orthogonal

### II. Base orthonormée - repère orthonormé

1. Généralités
2. Coordonnées
3. Équation cartésienne d'un plan

### III. Approfondissement

1. Intersection de deux plans
2. Déterminer un vecteur orthogonal à deux vecteurs non colinéaires
3. Équation d'une sphère dont on connaît le centre et le rayon
4. Intersection d'une sphère et d'une droite
5. Intersection d'une sphère et d'un plan, plan tangent à une sphère en un point
6. Sphère circonscrite à un tétraèdre
7. Fonction scalaire de Leibniz

## Chapitre IX - Fonction logarithme

### I. Fonction logarithme népérien

1. Généralités
2. Dérivation et continuité
3. Limites en 0 et  $+\infty$
4. Sens de variation
5. Courbe représentative

### II. Propriétés algébriques du logarithme népérien

### III. Croissances comparées

### IV. Résolution d'équations et d'inéquations

### V. Algorithme

### VI. Approfondissements

1. Logarithme de base  $b$  avec  $b \in \mathbb{R}$
2. Fonction  $x \mapsto x^\alpha$  avec  $\alpha \in \mathbb{R}$
3. Limite de  $(1 + \frac{x}{n})^n$  avec  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$

## Chapitre X - Primitives

### I. Primitive d'une fonction continue

1. Généralités
2. Primitives de fonctions de référence
3. Opérations sur les primitives
4. Primitives et composition de fonctions

## Chapitre XI - Équations différentielles

### I. Généralités

### II. Résolution d'équation différentielle du type $y' = f$ ou $f$ est une fonction

### III. du type $y' = ay + b$ où $a$ et $b$ sont des réels avec $a \neq 0$

### IV. du type $y' = ay + f$ où $a$ est un réel et $f$ une fonction

### V. Algorithme

### VI. Approfondissement

1. Résolution de l'équation différentielle  $y' = y^2$
2. Résolution de l'équation différentielle  $y'' + \omega^2 y = 0$

## Chapitre XII - Calcul intégral

### I. Intégrale d'une fonction continue et positive sur un intervalle

1. Unité d'aire
2. Aire sous la courbe représentative d'une fonction continue et positive sur un intervalle
3. Intégrale de  $a$  à  $b$  d'une fonction continue et positive sur un intervalle
4. Expression d'une primitive à l'aide d'une intégrale

### II. Intégrale d'une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle

1. Expression d'une primitive à l'aide d'une intégrale
2. Aires et intégrales
3. Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle
4. Intégration par parties

### III. Algorithmes

1. Approximation d'une intégrale d'une fonction continue positive croissante par la méthode des rectangles
2. Estimation de l'aire sous la courbe par la méthode de Monté-Carlo
3. Quadrature de l'hyperbole par la méthode de Brouncker
4. Approximation de l'aire sous la courbe : méthode des trapèzes

### IV. Approfondissement

1. Approximation d'une aire par l'utilisation de suites adjacentes
2. Encadrement de  $H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$  par des intégrales

## Chapitre XIII - Fonctions sinus et cosinus

### I. Fonctions trigonométriques sinus et cosinus

1. Rappels
2. Limites
3. Continuité
4. Signe de  $\cos(x)$  et de  $\sin(x)$
5. Dérivées
6. Variations
7. Courbes représentatives

### II. Résolution d'équations et d'inéquations

### III. Un Problème

### IV. Approfondissement

1. La fonction tangente
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x} = 0$
4. Fonctions réciproques des fonctions trigonométriques

## Chapitre XIV - Sommes de variables aléatoires

### I. Somme de deux variables aléatoires

1. Généralités
2. Linéarité de l'espérance
3. Succession d'épreuves indépendantes

### II. Somme de $n$ variables aléatoire réelles indépendantes identiques suivant la même loi

### III. Retour sur la loi binomiale

### IV. Approfondissement

1. Linéarité de l'espérance - cas général
2. Cas de deux variables aléatoires réelles indépendantes

## Chapitre XV - Concentration - Loi des grands nombres

### I. Inégalité de Bienaymé-Tchebichev

### II. Inégalité de concentration

### III. Loi des grands nombres

### IV. Algorithmes

1. Loi binomiale et inégalité de Bienaymé-Tchebichev
2. Marche aléatoire

### V. Approfondissements

1. Marche aléatoire