

Chapitre XI - Équations différentielles

Définition : Une équation différentielle est une équation dont l'inconnue est une fonction et où interviennent des dérivées n -ième de cette fonctions.

Propriété : Soit f une fonction continue sur un intervalle I . L'équation différentielle $y' = f$ admet pour solution l'ensemble des primitives de f sur I .

Propriété : Soit $a \in \mathbb{R}^*$. L'équation différentielle $y' = ay$ admet pour solution l'ensemble des fonctions F_k de la forme $F_k(x) = ke^{ax}$ où $k \in \mathbb{R}$.

Propriété : Soient $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$. L'équation différentielle $y' = ay + b$ admet pour solution l'ensemble des fonctions F_k de la forme $F_k(x) = -\frac{b}{a} + ke^{ax}$ où $k \in \mathbb{R}$.

Méthode pour trouver les solutions d'une équation différentielle du type $y' = ay + f$ avec $a \in \mathbb{R}$ et f une fonction :

- On cherche les solutions de l'équation homogène : $(H) : y' = ay$.
Il s'agit des fonctions $f_k : x \mapsto ke^{ax}$.
- On cherche (ou on nous donne) une solution particulière g .
Dans le cas où f est une fonction constante :

$$\exists b \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = b$$

une fonction g qui convient est la fonction constante :

$$g : x \mapsto -\frac{b}{a}$$

- Les solutions de (E) sont les fonctions $F_k : x \mapsto g(x) + f_k(x) = g(x) + ke^{ax}$